

<p style="text-align: center;">RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ Éléments de solutions de la finale 2009</p>

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 Les lots

Une association achète 72 lots identiques pour récompenser les gagnants d'une tombola. Sur la note du commerçant, deux chiffres ont été effacés et on peut seulement lire *67,9* €.

Les * représentent les chiffres effacés qui peuvent être différents.

Quels sont les chiffres disparus ? Justifiez votre démarche.

1.1 Analyse à priori

Le problème consiste à déterminer le prix d'un lot sachant que l'on connaît (en partie) son produit par 72. On a $72 \times ? = _67,9_$.

En considérant le prix d'un lot et le prix "énigme" en centimes d'euros, et non en € le problème est ramené à la résolution de $72 \times ? = _679_$ où "?" et notre prix "énigme" sont des entiers.

Cet exercice d'arithmétique peut être traité en utilisant les critères de divisibilité d'un nombre par 72 ou bien en cherchant par tâtonnement un multiple de 72 qui conviendra.

1.2 Éléments de solution

1.2.1 Par balayage

En listant les multiples de 72

1	72
2	144
3	216
4	288
5	360
6	432
7	504
8	576
9	648
10	720
11	792
12	864
13	936
14	1008
15	1080
16	1152
17	1224
etc	etc

- il apparaît que le prix d'un lot est inférieur à 14 € puisque le prix "énigme" s'élève à moins de 1000 €.
- Parmi ces multiples, on observe que $5 \times 72 = 360$ et $12 \times 72 = 864$ ont la particularité d'avoir **6** pour chiffre des dizaines. Le prix unitaire pourrait être compris entre 5 € et 6 € (1^{re} hypothèse) ou entre 12 € et 13 € (2^e hypothèse).
- Suivons notre première hypothèse : $_67,9_ = 360 + 7,9_$ et raisonnons maintenant en centimes d'euros.
 $7,9_ \text{ euros} = 79_ \text{ centimes d'euros}$. Cherchons dans le tableau ci-contre un multiple de 72 qui s'approche de 79_. Il y a $11 \times 72 = 792$ c'est-à-dire 0, $11 \times 72 = 7,92$.
On peut maintenant conclure que le prix énigme est de : $360 + 7,92 = 367,92$ (et le prix d'un lot est de 5,11 €).
- Et si nous avons suivi notre 2^e hypothèse ?
 $_67,9_ = 864 + 3,9_$. Raisonnons maintenant en centimes d'euros : $3,9_ \text{ euros} = 39_ \text{ centimes d'euros}$.
Cherchons dans le tableau ci-contre un multiple de 72 qui s'approche de 39_. Il n'y en a pas !

1.2.2 En utilisant les critères de divisibilité

$72 \times ? = _67,9_$ indique que le prix "énigme" est un multiple de 72. Il est donc divisible par 72, mais aussi par tous les diviseurs de 72 qui sont 2, 4, 3, 6, 8, 9, ...

Première solution :

- a. Comme $_679_$ est divisible par 2 alors il est pair : $\{_6790, _6792, _6794, _6796, _6798\}$.
- b. Comme $_679_$ est divisible par 3 alors la somme de ses chiffres l'est aussi.

	$_6790$	$_6792$	$_6794$	$_6796$	$_6798$
Somme des chiffres	26790	36792	16794	26796	36798
doit être un multiple	56790	66792	46794	56796	6798
de 3	86790		76794	86796	96798

Parmi les hypothèses faites ci-dessus, certains nombres ne sont pas de multiples de 72 et ne correspondent, donc, pas au "prix énigme". Testons les :

	$_6790$	$_6792$	$_6794$	$_6796$	$_6798$
Je barre les nombres qui ne sont pas multiples de 72 (le reste de la division euclidienne n'est pas nul)	26790	36792	16794	26796	36798
	56790	66792	46794	56796	6798
	86790		76794	86796	96798

Il apparaît qu'un seul nombre convient 36792. Le prix est donc : 367,92 €.

Deuxième solution :

- c. Comme $_679_$ est divisible par 4, alors ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4 : $\{_6792 ; _6796\}$.
- d. Comme $_679_$ est divisible par 3, la somme de ses chiffres l'est aussi.

	$_6792$	$_6796$
Somme des chiffres	36792	26796
doit être un multiple	66792	56796
de 3		86796

- e. parmi les hypothèses faites ci-dessus, certains nombres ne sont pas des multiples de 72. Testons-les en effectuant leur division euclidienne par 72 :

	$_6792$	$_6796$
Somme des chiffres	36792	26796
doit être un multiple	66792	56796
de 3		86796

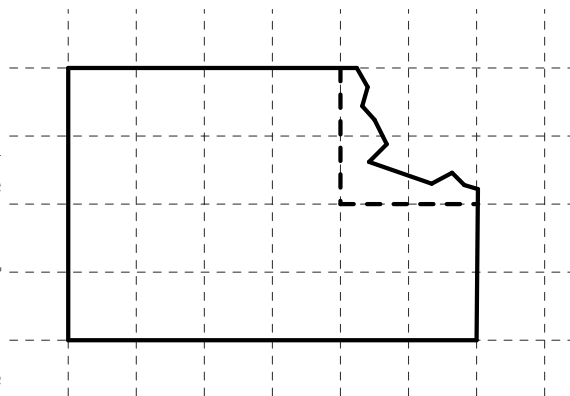
Il apparaît qu'un seul nombre convient 36792. Le prix est donc : 367,92 €.

Conclusion : Le prix des 72 lots est de 367,92 €.

2 La table en chêne

Dans le jardin de son château, le Comte Sursédoï possède une immense table rectangulaire dont le plateau en chêne mesure deux mètres sur trois. Malheureusement, un coin de ce plateau a été brisé. Appelé par le Comte, Monsieur Répartou a scié dans le coin abîmé un carré d'un mètre de côté ainsi que le montre la figure ci-contre.

Ce morceau ayant été jeté, Monsieur Répartou propose alors à Monsieur le Comte de scier le plateau en quelques morceaux, puis de les recoller afin d'obtenir une nouvelle table. Monsieur le Comte lui demande alors s'il peut réaliser une table carrée.



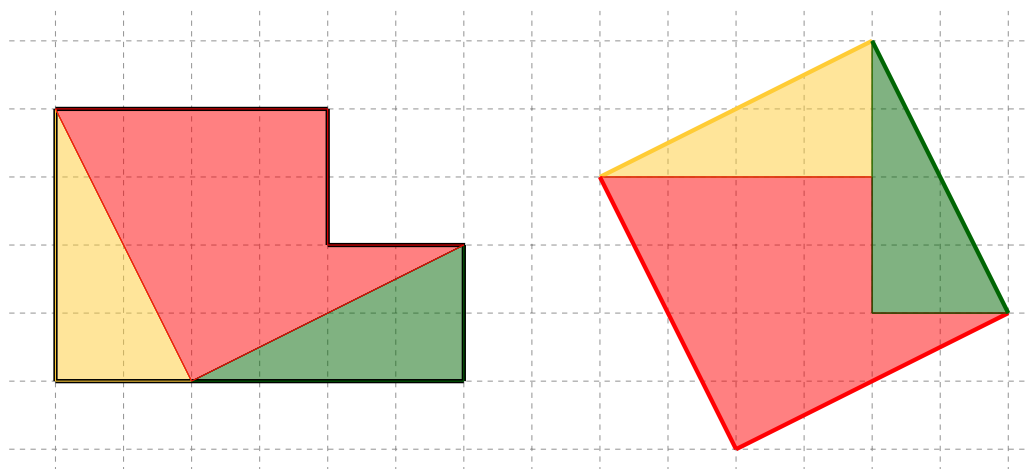
En découpant le plateau en un minimum de morceaux, proposez un découpage (par des segments de droite uniquement) de façon à pouvoir reconstituer un plateau carré par collage.

2.1 Analyse à priori

- Enoncé motivant par la réalisation d'un objet concret courant et pratique.
- Pour trouver une solution, l'élève doit faire apparaître le côté du carré final, si possible 2 fois, ce qui fera les 4 côtés après découpage.
- Ce côté est, entre autres, l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 2 et 1, ce pourrait être également celle d'un triangle de côtés $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$, mais ces mesures n'apparaissent pas simplement dans la figure.
- 4 côtés égaux ne suffisent pas, il faut aussi 1 angle droit, or aucun des angles droits de la table réparée n'est associé à un côté de longueur avant découpage. Il serait donc intéressant de dessiner 2 hypoténuses de triangles rectangles (2, 1) faisant entre elles un angle droit

2.2 Éléments de solution

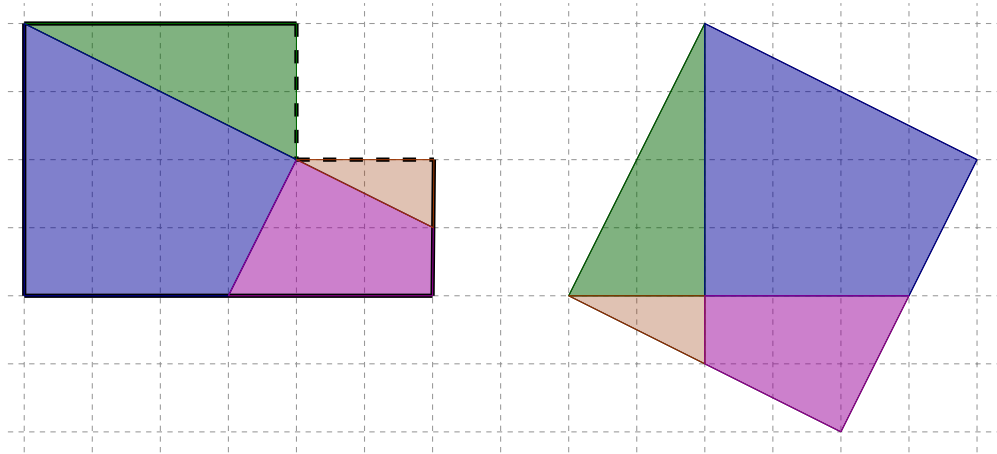
- Réalisation d'une table carrée avec trois morceaux :



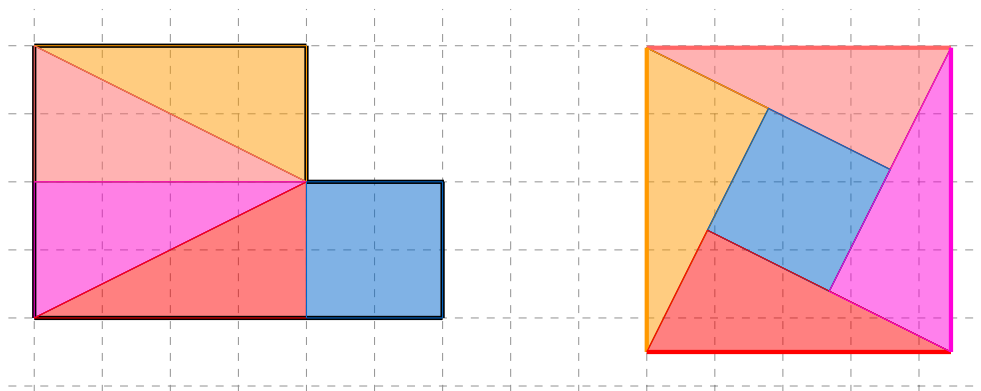
b. Réalisation d'une table carrée avec 4 morceaux.

L'aire du plateau restant est égale à $5m^2$, il s'agit de construire un carré dont le côté est égal à $\sqrt{5}$ mètres.

Il peut alors être intéressant de faire apparaître un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 mètres et 1 mètre. Un tel triangle (en vert ci-dessous) peut avoir pour sommet l'angle droit « rentrant » créé par M. Répartou.



c. Réalisation d'une table carrée avec cinq morceaux :



3 Patron, un antiprisme.

Sur un cube en bois de trois centimètres d'arête, Paul trace six diagonales de carrés, comme l'indique une perspective cavalière de celui-ci (Figure 1).

Il coupe le cube suivant le plan (AFH), puis suivant le plan (BDG). Il obtient trois solides, deux tétraèdres (Figure 2 et Figure 4) et le cube tronqué, appelé **antiprisme** (Figure 3).

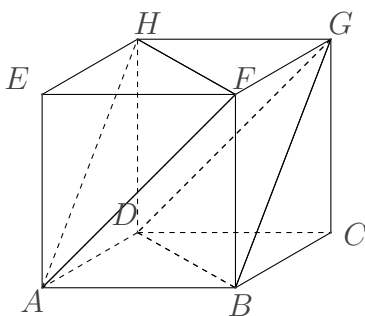


Figure 1

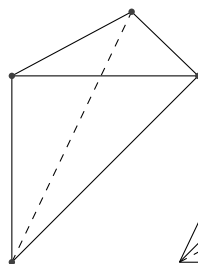


Figure 2

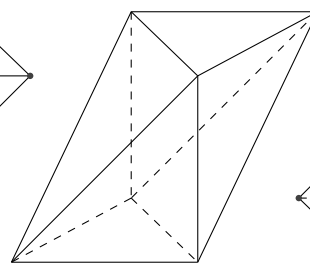


Figure 3

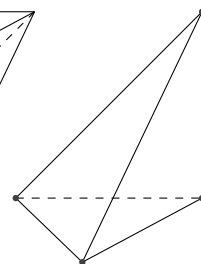


Figure 4

Réalisez, en vraie grandeur, un patron de l'antiprisme et un patron d'un tétraèdre.

3.1 Analyse a priori

Le cube est un solide bien connu des élèves, par contre certains cubes tronqués sont plus difficiles à appréhender.

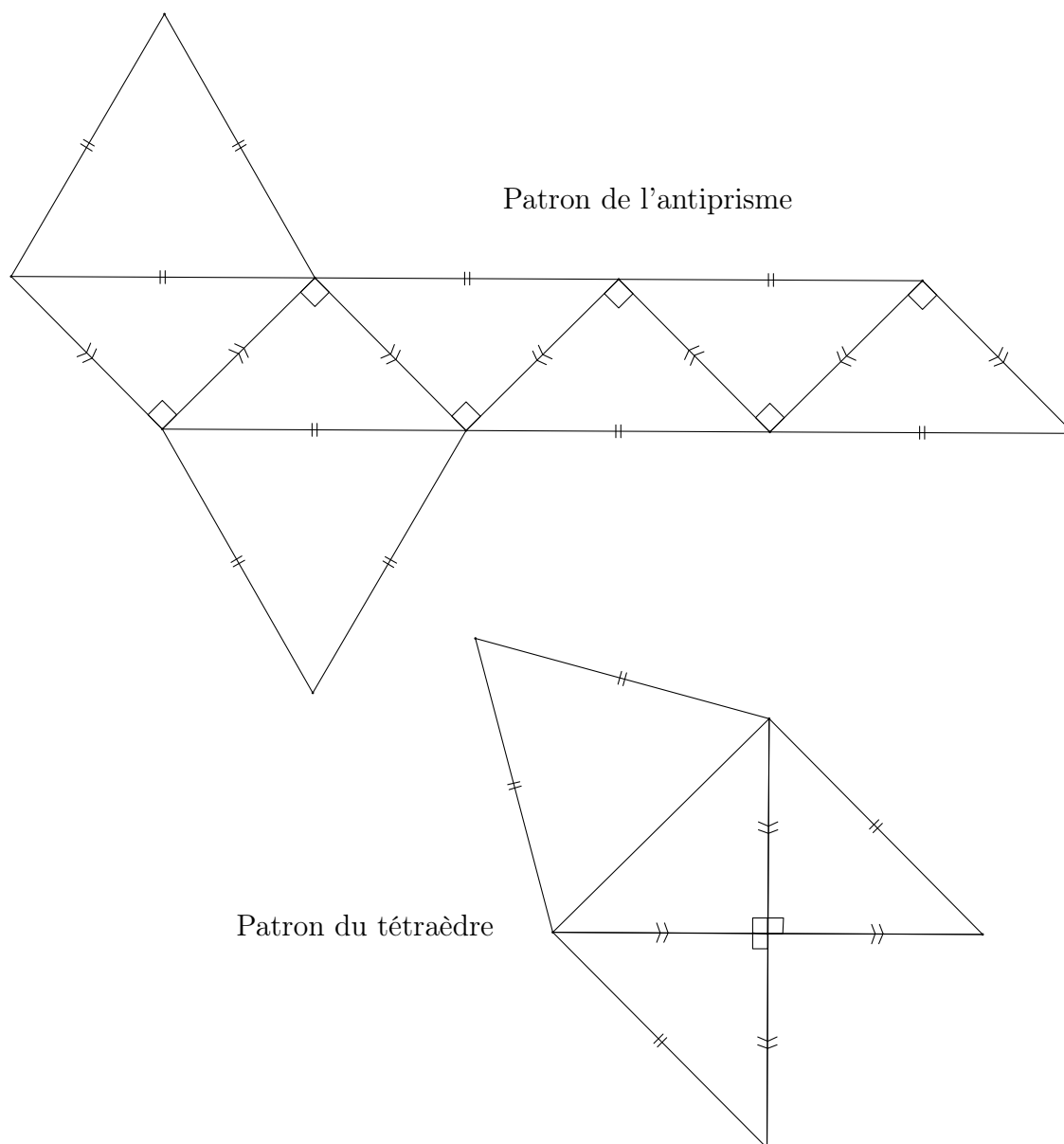
A partir de l'énoncé, l'élève peut aussi bien se faire une représentation mentale de ce solide, décoder les dessins en perspective cavalière ou réaliser un cube à partir d'un patron classique de celui-ci.

Les propriétés du cube permettent de désigner assez rapidement les faces de cet antiprisme. Il est composé de deux triangles équilatéraux et de six triangles rectangles isocèles, dont les longueurs des côtés sont respectivement $3\sqrt{2}$ et 3.

Les élèves peuvent réaliser un cube en carton, en traçant les diagonales désignées, ils pourront alors couper suivant celles-ci et obtenir un patron.

Certes, celui-ci est amputé des deux triangles équilatéraux, il suffit de compléter le patron.

3.2 Solution

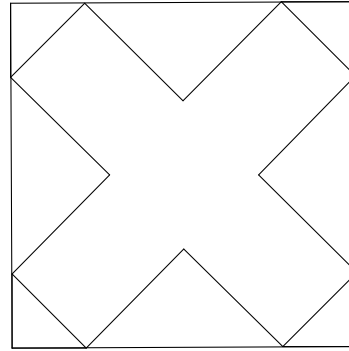


4 Croix dans un carré

Dans un carré est inscrite une croix comme l'indique la figure ci-contre.

Les quatre axes de symétrie du carré sont également des axes de symétrie de la croix.

Les côtés de la croix sont deux à deux perpendiculaires ou parallèles.



Construisez une croix dans un carré donné telle que l'aire de la croix soit la moitié de l'aire du carré.

Justifiez votre démarche.

4.1 Analyse à priori

Le problème est posé dans un cadre purement géométrique. C'est à l'élève de choisir sa méthode, de plus la longueur du côté du carré n'est pas indiquée, certes en mesurant, il pourrait s'engager dans des essais numériques, longs et fastidieux.

En posant a la longueur du côté du carré et x la distance d'un sommet de la croix à un sommet du carré (situés sur le même côté), on arrive à une équation du second degré, que l'élève ne peut résoudre.

Si l'on choisit x la distance du milieu du côté au sommet de la croix, on obtient une équation produit, mais ce choix n'est pas naturel.

Il peut également s'engager dans une méthode géométrique. Après avoir tracé une croix dans le carré, on attend à ce que l'élève s'approprie la configuration, la complète. L'élève devrait tracer tous les axes de symétrie et repérer des figures extraites de même aire. Deux figures symétriques par rapport à une droite ayant la même aire, le problème se ramène à construire un point M situé sur le côté BC d'un triangle de sommet A tel que l'aire du triangle ABM soit le double de l'aire du triangle ACM .

4.2 Éléments de solution.

- Figure 1 : Tracé d'une croix dans un carré, pour étude de cette configuration.
- Figure 2 : A partir de la figure 1, tracé des quatre axes de symétrie et du carré central intersection des deux rectangles de la croix. Cette figure est composée de rectangles et de triangles rectangles isocèles (des petits et des grands).
A l'intérieur de chacune de ces figures, on inscrit une lettre, tel que deux figures de même aire contiennent la même lettre. La traduction de la condition demandée est : $8\alpha + 8\beta = 4(2\alpha + \beta + \gamma)$
Après simplification on obtient : $\beta = \gamma$.
- Figure 3 : Figure extraite de la figure 2. Comment construire un rectangle inscrit dans un triangle rectangle isocèle tel que $\beta = \gamma$?
- Figure 4 : On note $ABCD$ le rectangle d'aire β , BCD est le triangle rectangle isocèle de hauteur $[CH]$ et d'aire γ . Comment placer B pour que l'on ait $\beta = \gamma$?

L'aire de $ABCD$ est $BD \times AB$, l'aire de BCD est $\frac{BD \times CH}{2}$,

$\beta = \gamma$ se traduit par $CH = 2 \times AB$.

Si K est le projeté de H sur (AE) , on a $CH = 2 \times HK$

Ce qui permet d'en déduire que B est au tiers sur le côté du petit carré ou au sixième sur le côté du carré de départ.

Cela permet alors de réaliser les tracés sur le carré donné de la feuille de réponse.

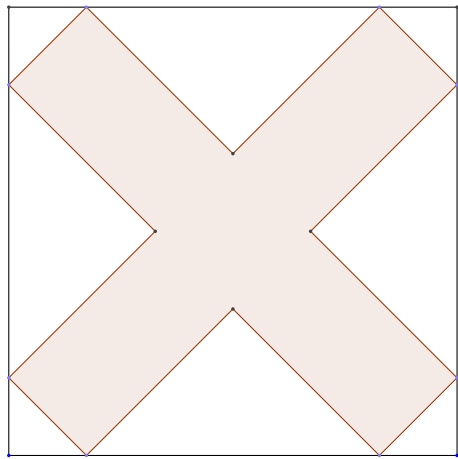


Figure 1

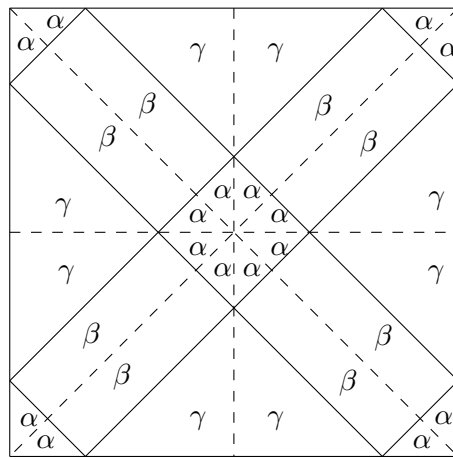


Figure 2

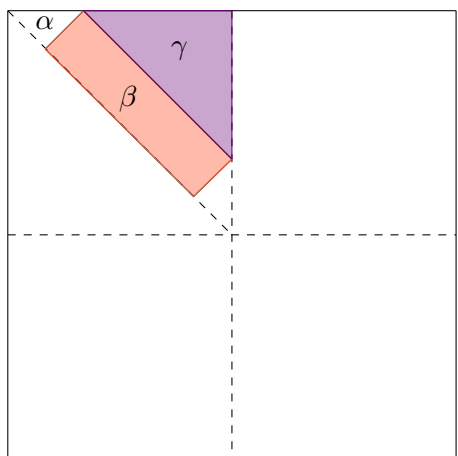


Figure 3

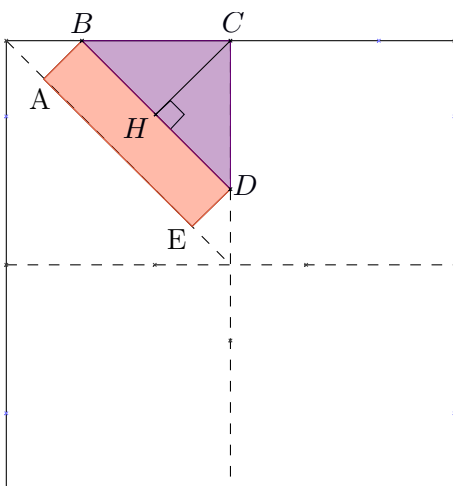


Figure 4

5 La combinaison

Lors d'un jeu de piste, une des épreuves consistait à deviner le nombre clé permettant l'entrée de la salle du trésor.

Ce nombre clé est un entier à 4 chiffres que nous appellerons N .

Marius et Olive ont obtenu cinq indices en résolvant les énigmes précédentes :

- Indice 1 : N s'écrit à l'aide de deux chiffres différents, chacun de ces chiffres apparaissant deux fois.
- Indice 2 : Le chiffre des milliers de N est supérieur ou égal à 3.
- Indice 3 : N est un multiple de 5.
- Indice 4 : N est un multiple de 3.
- Indice 5 : N est un multiple de 7.

Marius et Olive sont enfin arrivés devant la salle du trésor. Ils n'ont droit qu'à un seul essai pour que la porte s'ouvre.

Quel nombre clé leur permettra d'accéder au trésor ? Justifiez votre démarche.

5.1 Analyse à priori

Cet exercice requiert quelques connaissances arithmétiques basiques telles que

- le dernier chiffre d'un nombre impair est impair
- le dernier chiffre d'un multiple de 5 est 0 ou 5
- le critère de divisibilité par 3 (somme des chiffres multiple de 3)
- un entier de 2 chiffres est multiple de 11 lorsque ses deux chiffres sont identiques.

La résolution demandera ensuite une bonne organisation pour aboutir à l'unique entier solution. Un groupe d'élèves interprétant correctement l'indice 1 limitera fortement les cas à étudier.

Remarque : il y a alors $45 \times 6 - 3 \times 9 = 243$ solutions

L'indice 2 est le plus délicat à interpréter, les élèves concernés ne connaissant pas de critère de divisibilité par 11.

La conclusion demandera l'utilisation de la calculatrice. Le temps consacré à tester des entiers dépendra de la qualité des déductions atteintes grâce aux indices.

5.2 Éléments de solutions.

L'indice 1 permet de limiter les écritures de N aux formes $aabb$, $abab$, $abba$. Nous supposons que le premier chiffre de N est noté a (a compris entre 1 et 9) et que l'autre chiffre est noté b (b compris entre 0 et 9).

L'indice 2 précise que N n'est pas un multiple de 11.

Or, la première écriture $aabb$ représente $1100a + 11b = 11(100a + b)$.

Cette écriture est donc celle d'un multiple de 11.

Nous en concluons que N n'est pas de la forme $aabb$.

N est donc de la forme $abab$ ou $abba$.

L'indice 3 précise que N est multiple impair de 5. Un multiple de 5 se termine par 0 ou par 5. S'il est impair, N se termine donc par 5.

N a donc une écriture de la forme $a5a5$ ou $5bb5$

L'indice 4 précise que N est multiple de 3, la somme de ses chiffres est alors multiple de 3. Dans le cas de l'écriture $a5a5$, cela signifie que $2a + 10$ est multiple de 3, ce qui fournit $a = 1$ ou $a = 4$ ou $a = 7$. Dans le cas de l'écriture $5bb5$, cela signifie que $2b + 10$ est multiple de 3, ce qui fournit $b = 1$ ou $b = 4$ ou $b = 7$.

On a donc $N = 5115$ ou $N = 5445$ ou $N = 5775$ ou $N = 1515$ ou $N = 4545$ ou $N = 7575$.

L'indice 5 permet de déterminer le nombre clé, unique multiple de 7 parmi les 6 entiers précités.

Il s'agit de 5775.

Autre méthode :

Les indices 3, 4, 5 indiquent que N est un multiple impair de $105 = 3 \times 5 \times 7$. L'indice 2 indique que N n'est pas un multiple de 11. N est donc un entier de 4 chiffres de la forme $105k$ avec k non multiple de 11, soit k élément de $\{13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 79, 81, 83, 85, 87, 91, 93, 95, 97\}$

Il y a donc 38 entiers à tester.

6 Dé premier et dé double

Primus et Doblus sont deux citoyens romains qui passent le plus clair de leur temps à jouer.

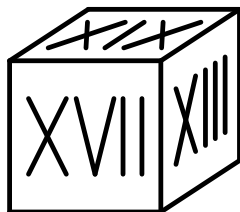
Chacun d'eux a inventé un dé cubique à six faces numérotées de façon inhabituelle : celui de Primus a pour numéros les nombres premiers consécutifs à partir de 13, alors que celui de Doblus a pour numéros les nombres pairs consécutifs à partir de 16.

Une partie acharnée s'engage :

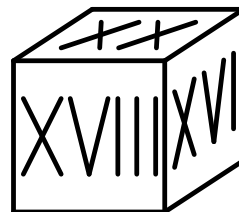
à chaque lancer, celui qui obtient le plus petit nombre doit donner un sesterce à son adversaire.

Chacun d'eux est persuadé que son dé est plus performant que celui de l'autre.

Déterminez si l'un des joueurs a plus de chances de s'enrichir.



dé de Primus



dé de Doblus

6.1 Analyse à priori

Les numéros du dé de Primus sont 13, 17, 19, 23, 29 et 31.

Ceux du dé de Doblus sont 16, 18, 20, 22, 24 et 26.

On s'aperçoit aisément que Primus a ses trois plus petits numéros inférieurs aux trois plus petits numéros de Doblus, mais ses trois plus grands numéros sont supérieurs aux trois plus grands numéros de Doblus. Cette constatation ne permet donc pas de conclure.

Il est donc nécessaire d'envisager les 36 situations possibles.

Une autre méthode pourrait consister (pour des élèves de Seconde) à tenter une simulation, mais la non-régularité des résultats du dé de Primus rend une programmation à la calculatrice très ardue.

6.2 Eléments de solution

On va établir un tableau à double entrée des résultats possibles.

dé de Doblus \ dé de Primus						
	13	17	19	23	29	31
16	D	P	P	P	P	P
18	D	D	P	P	P	P
20	D	D	D	P	P	P
22	D	D	D	P	P	P
24	D	D	D	D	P	P
26	D	D	D	D	P	P

D'où :

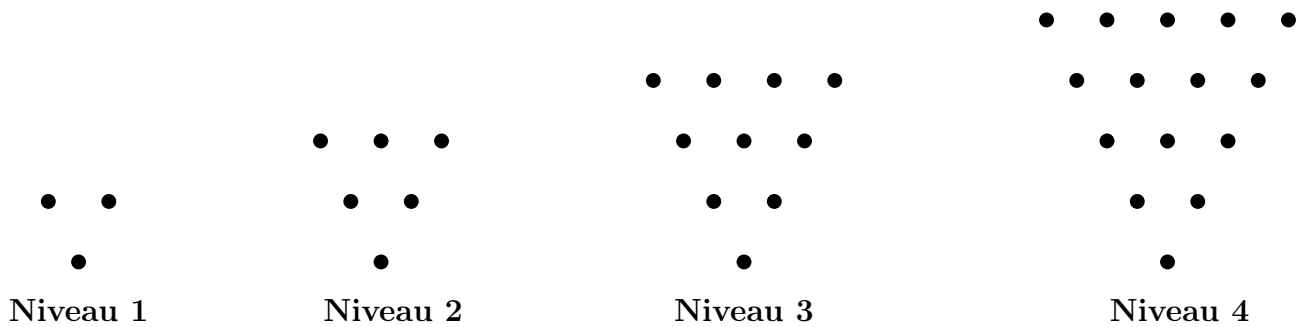
Nombre de victoires de Primus : 19 sur 36.

Nombre de victoires de Doblus : 17 sur 36 .

C'est donc Primus qui a plus de chances de s'enrichir que Doblus.

7 Strike !

Willem est passionné de jeux vidéo. Sur la toute dernière console à la mode, il est devenu expert au bowling. A chaque niveau, le nombre de quilles à abattre augmente.



Après avoir joué pendant des heures durant, il s'endort épuisé et rêve...

« Du jamais vu dans l'univers, le précédent record de 10 011 quilles abattues au 140^e niveau vient d'être battu ! Willem vient de réussir le 150^e niveau... »

**Combien de quilles aurait-il fait tomber au 150^e niveau pour réaliser son rêve ?
Justifiez votre démarche.**

Éléments de solution

Au niveau 1, on a $1 + 2$ soit 3 quilles, au niveau 2 on a $1 + 2 + 3$ soit 6 quilles ($3 + 3$), au niveau 3 on a $1 + 2 + 3 + 4$ soit 10 quilles ($6 + 4$), au niveau 4 on a $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ soit 15 quilles ($10 + 5$), au niveau 5 on a $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ soit 21 quilles ($15 + 6$).

Chaque niveau est composé de quilles disposées en triangles équilatéraux. On passe d'un niveau n au niveau $n + 1$ en utilisant le niveau n et en ajoutant une rangée de quilles dont le nombre est égal au nombre de quilles de la dernière rangée du niveau n plus une.

Le côté du niveau n est composé de $n + 1$ quilles. Au niveau n , on a $n + 1$ rangées de quilles dont le nombre varie entre 1 et $n + 1$.

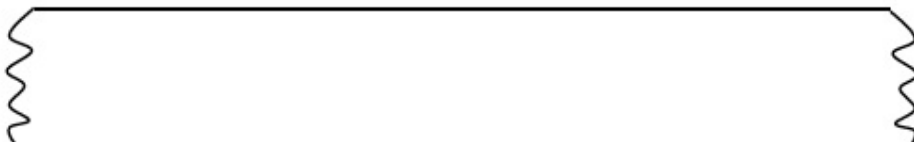
En passant du niveau 140 au niveau 141, on ajoute 142 quilles. Partant du niveau 140 pour arriver au niveau 150, il faut ajouter 10 rangées dont chacune d'elles contient respectivement les nombres 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151 ; soit un total de 1465. Sachant que le niveau 140 contient 10011 quilles, le niveau 150 contiendra $10\,011 + 1\,465$ soit un total de 11 476.

Conclusion : Dans son rêve, Willem a fait tomber 11 476 quilles au niveau 150.

8 Octogone régulier

En utilisant uniquement une règle à bord parallèles et un crayon, Eric et Julie peuvent tracer des segments de droites, des segments de droites parallèles, des losanges, des droites perpendiculaires, des carrés et bien d'autres figures géométriques simples.

Voici le modèle de règle utilisé par Eric et Julie.



Cette règle ne peut être pliée et il est impossible d'écrire dessus.

Tracez-la sur une feuille cartonnée et découpez-la.

Montrez comment ils ont fait pour construire deux droites perpendiculaires.

Aujourd'hui, ils décident de construire un **octogone régulier**.

Construisez-le en donnant les différentes étapes.

8.1 Analyse à priori

A l'aide d'une règle à bords parallèles, choisi comme gabarit, il est possible de tracer un octogone régulier.

Cet instrument permet de tracer deux droites parallèles dont la distance entre celles-ci est imposée, mais aussi, avec un peu d'imagination, deux segments de droites parallèles quelconques.

Dans une première approche, l'élève peut tracer quelques figures élémentaires, losange, droites perpendiculaires... Mais très vite, l'élève doit revenir au problème posé.

Qu'est-ce qu'un octogone régulier? Un tracé à main levée n'est pas satisfaisant, il devrait lister les propriétés de cette configuration et plus particulièrement des propriétés qui la caractérisent, et éventuellement utiliser un compas permettant de mieux visualiser celles-ci.

La dimension du côté n'est pas imposée, afin d'éviter une contrainte supplémentaire.

Après avoir tracé une succession de figures élémentaires, le groupe d'élèves doit être en mesure de prouver qu'ils obtiennent un octogone régulier.

8.2 Éléments de solution

Un octogone régulier est un polygone ayant huit sommets situés sur un cercle et ses côtés sont de même longueur.

Pour tracer un tel polygone, il suffit de tracer huit segments de même longueur ayant un point commun et faisant un angle de 45° . La figure 1 est une bande constituée de deux segments parallèles.



Figure 1

La superposition de deux bandes permet de tracer un quadrilatère (Figure 2). En prenant deux côtés consécutifs, l'aire de ce quadrilatère est le produit de la longueur d'un côté par la hauteur. Or la hauteur (largeur de la bande) est la même pour chacune des deux bandes, donc les côtés consécutifs ont la même longueur. Ce quadrilatère est donc un losange, en conséquence les deux diagonales sont perpendiculaires (Figure 4).

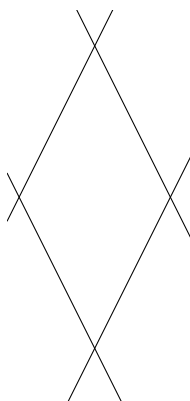


Figure 2

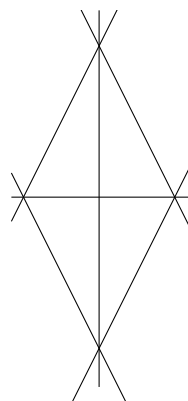


Figure 3

A partir de ces deux droites perpendiculaires, en utilisant la règle donnée, on trace des droites parallèles à celles-ci. On obtient les sommets d'un grand carré, la longueur des côtés est égale à deux fois la largeur de la règle, comme l'indique la Figure 4.

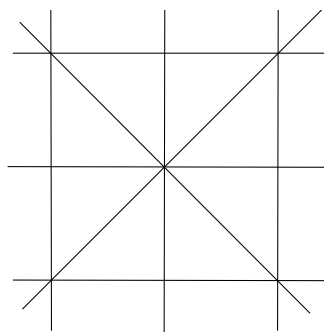


Figure 4

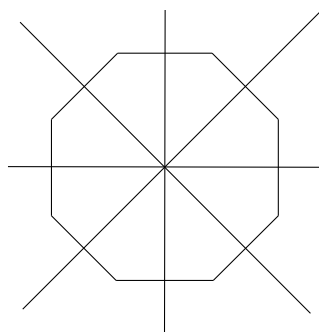
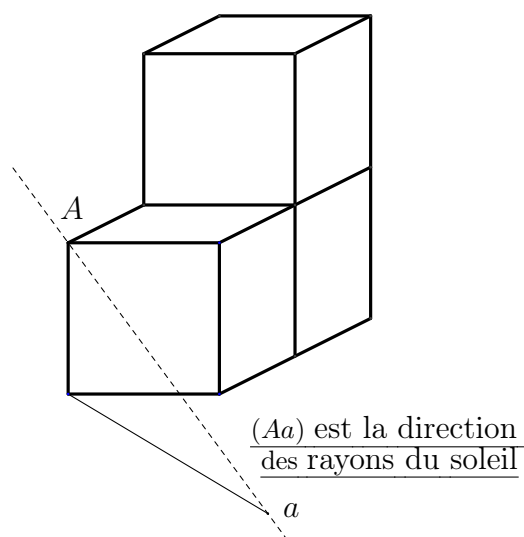


Figure 5

9 Ombre

Un presse papier est composé de trois cubes, de même dimensions, collés deux à deux comme l'indique le dessin. Ce solide posé, sur une table horizontale, est éclairé par les rayons du soleil. Clara observe l'ombre du presse papier et décide de la dessiner. Dérangée par son petit frère, elle a juste le temps de dessiner l'ombre d'une arête verticale.

Tracez l'ombre de ce solide à partir des données de Clara. Expliquez les différentes étapes de votre tracé.



9.1 Analyse à priori

Cet exercice met en oeuvre les propriétés d'une configuration simple de l'espace d'une part et des règles de la perspective cavalière.

L'assemblage de trois cubes pleins permet à un groupe d'élèves de mettre en oeuvre différentes propriétés de parallélisme et d'orthogonalité de l'espace.

Dans une première étape, il est souhaitable de compléter cette représentation en traçant les pointillés des lignes non visibles de cette configuration et de nommer les points des sommets des cubes.

Pour cette représentation en perspective cavalière, différentes démarches sont possibles.

- a. Tracés de parallèles.

(OA) est perpendiculaire au plan horizontal, le projeté de $[OA]$ est $[oa]$, la direction de projection est (oa). On utilise les directions de (oa) et de (Aa) pour tracer les images des bords verticaux de ce solide.

La conservation du parallélisme et des milieux, par la projection, permet de vérifier les différents tracés.

- b. Tracés des images des milieux de segments.

9.2 Éléments de solution

Sur le dessin, sont notés, au fur et à mesure, les points utiles aux tracés, en premier, les sommets des trois cubes. Les points projetés sont notés en minuscules ; De B on trace la parallèle à (Aa) qui coupe la parallèle à (oa) passant par N en b . Les autres points sont construits de la même manière. Des vérifications sont réalisées en utilisant les milieux, par exemple : d est le milieu de $[pe]$ car D est le milieu de $[PE]$.

Remarque : Les points O, N, M, L, K, P et O coïncident avec o, n, m, l, k, p et o .

Conclusion : L'ombre de ce solide, sur le bureau est l'intérieur du polygone $(oabqefglmno)$.

